

বুয়েট ভর্তি পরীক্ষা : ২০০০-২০০১

(পশ্চিম + পদার্থ + ইংরেজি)

- ১। If α is not equal of β but $\alpha^2 = 5\alpha - 3$ and $\beta^2 = 5\beta - 3$, find the equation whose roots are α / β and β / α . (যদি α ও β অসমান হয় অথচ $\alpha^2 = 5\alpha - 3$ এবং $\beta^2 = 5\beta - 3$ হয়, তবে α/β এবং β/α মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।)

সমাধান :

$$\text{Here, } \alpha^2 = 5\alpha - 3 \text{ ----- (i)}$$

$$\beta^2 = 5\beta - 3 \text{ ----- (ii)}$$

$$\text{Now, (i) - (ii) } \rightarrow \{(\alpha + \beta) - 5\}(\alpha - \beta) = 0$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 5 \quad [\because \alpha \neq \beta]$$

$$\text{Again, (i) + (ii) } \rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 5(\alpha + \beta) - 6$$

$$\rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 5(\alpha + \beta) - 6$$

$$\rightarrow \alpha\beta = 3$$

$$\therefore x^2 - \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right)x + \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\beta}{\alpha} = 0$$

$$\Rightarrow \alpha\beta x^2 - \{\alpha + \beta\}x + \alpha\beta = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - (25 - 6)x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 19x + 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

- ২। Solve by determinant (নির্ণায়কের সাহায্যে সমাধান কর) : $(x + 2y - z = 5, 3x - y + 3z = 7, 2x + 3y + z = 11)$

সমাধান : Here,

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1(-1-9) - 2(3-6) - 1(9+2) = -15$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 7 & -1 & -3 \\ 11 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 5(-1-9) - 2(7-33) - 1(21+11) = -30$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 3 & 7 & 3 \\ 2 & 11 & 1 \end{vmatrix} = 1(7-33) - 5(3-6) - 1(33-14) = -30$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 7 \\ 2 & 3 & 11 \end{vmatrix} = 1(-11-21) - 2(33-14) + 5(9+2) = -15$$

$$\therefore x = \frac{D_x}{D} = \frac{-30}{-15} = 2, \quad y = \frac{D_y}{D} = 2; \quad z = \frac{D_z}{D} = 1 \quad \therefore (x, y, z) = (2, 2, 1) \text{ (Ans.)}$$

- ৩। If the coefficients of x^5 and x^{15} in the expansion of $\left(2x^2 + \frac{k}{x^3}\right)^{10}$ are equal, find the positive

value of k . $\left(2x^2 + \frac{k}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এবং x^{15} এর সহগদ্বয় সমান হলে k এর ধনাত্মক মান নির্ণয় কর।

সমাধান : Here, $T_{r+1} = {}^{10}C_r \cdot 2^{10-r} \cdot k^r \cdot x^{20-5r}$

$$\text{Case - 1, } 20 - 5r = 5 \Rightarrow r = 3$$

$$\therefore T_4 = {}^{10}C_3 \cdot 2^7 \cdot k^3 \cdot x^5$$

$$\text{Case - 2, } 20 - 5r = 15 \rightarrow r = 1 \quad \therefore T_2 = {}^{10}C_1 \cdot 2^9 \cdot kx^{15}$$

$$\text{But Conditionally, } {}^{10}C_3 \cdot 2^7 \cdot k^3 = {}^{10}C_1 \cdot 2^9 \cdot k \Rightarrow k^2 = \frac{1}{3} \quad \therefore k = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$

8. Sum to n terms the series (n-তম পর্যন্ত পর্যায়ক্রমিক ধারার) : $1.3.5 + 3.5.7 + 5.7.9 + \dots$ up to nth term.

সমাধান : Here,

$$T_n = (2n-1)(2n+1)(2n+3)$$

$$\therefore S_n = C + \frac{(2n-1)(2n+1)(2n+3)(2n+5)}{8}$$

$$\text{When, } n=1, S_1 = 1.3.5 = C + \frac{1.3.5.7}{8} \Rightarrow C = \frac{15}{8}$$

$$\therefore S_n = \frac{15}{8} + \frac{(2n-1)(2n+1)(2n+3)(2n+5)}{8} \quad (\text{Ans.})$$

9. Show that (প্রমাণ কর যে) : $16 \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{14\pi}{15} = 1$

$$\text{সমাধান : L.H.S.} = 4 \left(2 \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{8\pi}{15} \right) \left(2 \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{14\pi}{15} \right)$$

$$= 4 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + \cos \frac{2\pi}{5} \right) \left(\cos \frac{2\pi}{3} + \cos \frac{6\pi}{5} \right)$$

$$= 4 \left(\cos \frac{2\pi}{5} - \frac{1}{2} \right) \left(\cos \frac{6\pi}{5} - \frac{1}{2} \right)$$

$$= 4 \cos \frac{2\pi}{5} \cdot \cos \frac{6\pi}{5} - 2 \left(\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} \right) + 1$$

$$= -4 \cos \frac{2\pi}{5} \cdot \cos \frac{\pi}{5} + 4 \cos \frac{2\pi}{5} \cdot \cos \frac{\pi}{5} + 1 = 1 = \text{R.H.S. (Proved)}$$

10. For any triangle ABC, show that (যে কোন ত্রিভুজে ABC এর জন্য দেখাও যে) :

$$\frac{1}{a} \cos^2 \frac{A}{2} + \frac{1}{b} \cos^2 \frac{B}{2} + \frac{1}{c} \cos^2 \frac{C}{2} = \frac{s^2}{abc}$$

$$\text{সমাধান : L.H.S.} = \frac{1}{a} \frac{s(s-a)}{bc} + \frac{1}{b} \frac{s(s-b)}{ca} + \frac{1}{c} \frac{s(s-b)}{ab}$$

$$= \frac{s}{abc} \{3s - (a+b+c)\}$$

$$= \frac{s}{abc} (3s - 2s)$$

$$= \frac{s^2}{abc} = \text{R.H.S. (Proved)}$$

91. The tangent to the circle $x^2 + y^2 = 45$ at the point $(6, -3)$ cuts the circle $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 35 = 0$ at the points A and B. Show that the tangents at A and B are perpendicular to each other.

($x^2 + y^2 = 45$ বৃত্তের $(6, -3)$ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 35 = 0$ বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। দেখাও যে, A ও B বিন্দুতে স্পর্শকটির পরস্পর লম্ব।)

সমাধান : Here, $x^2 + y^2 = 45$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = m = \frac{-x}{y}$$

$$\therefore m = \frac{-6}{-3} = 2$$

Again, $T \equiv y + 3 = 2(x - 6)$

$$\Rightarrow y = 2x - 15$$

And;

$$C \equiv x^2 + y^2 - 4x + 2y - 35 = 0$$

$$\therefore T \cap C = A(4, -7); B(8, 1)$$

But, $O \equiv (2, -1)$

Now,

$$m_{OA} = \frac{-7+1}{4-2} = \frac{-6}{2} = -3$$

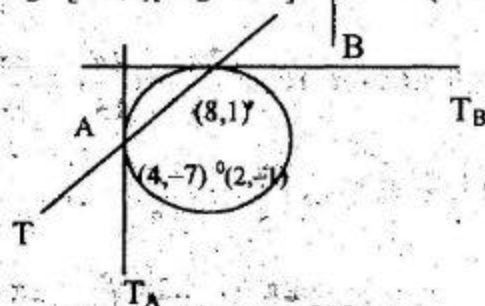
$$\therefore m_A = 1/3$$

$$m_{OB} = \frac{1+1}{8-2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore m_B = -3$$

$$\therefore \tau_A \perp \tau_B. [\because m_A \cdot m_B = -1]$$

(Proved)



92. Find the equation of the ellipse whose foci are $(-1, -1)$, $(1, 1)$ and the length of the major axis is $2\sqrt{3}$.

(যে উপবৃত্তের উপকেন্দ্রযুগ $(-1, -1)$, $(1, 1)$ এবং বৃহৎ অক্ষের পরিমাণ $2\sqrt{3}$, তার সমীকরণ নির্ণয় কর।)

সমাধান :

$$\text{Here, } 2a = 2\sqrt{3}$$

$$sp = \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2}$$

$$sp' = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$$

$$s \equiv (x, y)$$

$$\text{As we know, } sp + sp' = 2a$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + 12 - 4\sqrt{3} \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$$

$$\Rightarrow 4x + 4y = 12 - 4\sqrt{3} \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} \quad (\text{Ans.})$$

$$\Rightarrow x + y = 3 - \sqrt{3} \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 9 + 2xy - 6x - 6y = 3x^2 + 3y^2 - 6x - 6y + 6$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 2xy - 3 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

93. If $\underline{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\underline{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, find $|\underline{a} \times \underline{b}|$. (যদি $\underline{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\underline{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ হয় তবে

$|\underline{a} \times \underline{b}|$ বের কর।)

$$\text{সমাধান : Here, } \underline{a} \times \underline{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(2+6) - \hat{j}(1-9) + \hat{k}(-2-6) = 8\hat{i} + 8\hat{j} - 8\hat{k}$$

$$\therefore |\underline{a} \times \underline{b}| = \sqrt{(8)^2 + (8)^2 + (-8)^2} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \quad (\text{Ans.})$$

30. If $f(x) = \sin x$, find $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+nh) - f(x)}{h}$

(যদি $f(x) = \sin x$ হয়, তবে $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+nh) - f(x)}{h}$ এর মান নির্ণয় কর।)

সমাধান :

Here, $f(x) = \sin x$

$\therefore f(x+nh) = \sin(x+nh)$

Now,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+nh) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+nh) - \sin x}{h}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \sin\left(\frac{nh}{2}\right) \cos\left(x + \frac{nh}{2}\right)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(2 \times \frac{n}{2}\right) \times \frac{\sin\left(\frac{nh}{2}\right)}{\left(\frac{nh}{2}\right)} \times \cos\left(x + \frac{nh}{2}\right) \\ &= n \cos x. \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

31. If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$, find the value of $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + m^2 y$.

(যদি $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ হয়, তবে $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + m^2 y$ এর মান নির্ণয় কর।)

সমাধান : Here, $y = \sin(m \sin^{-1} x)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{m \cos(m \sin^{-1} x)}{\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{mx \cos(m \sin^{-1} x)}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}} - \frac{m^2 \sin(m \sin^{-1} x)}{(1-x^2)}$$

$$\text{Again, } (1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + m^2 y$$

$$= \frac{mx \cos(m \sin^{-1} x)}{\sqrt{1-x^2}} - m^2 \sin(m \sin^{-1} x) - \frac{mx \cos(m \sin^{-1} x)}{\sqrt{1-x^2}} + m^2 \sin(m \sin^{-1} x) = 0 \quad (\text{Ans.})$$

32. Work out (যোগজ্ঞ নির্ণয় কর) : $\int \frac{dx}{(x^2+9)^2}$

সমাধান : [Let, $x = 3 \tan \theta$]

$$\therefore I = \int \frac{dx}{(x^2+9)^2} = \frac{1}{27} \int \frac{\sec^2 \theta d\theta}{\sec^4 \theta} = \frac{1}{27} \int \cos^2 \theta d\theta$$

$$= \frac{1}{54} \int (1 + \cos 2\theta) d\theta = \frac{1}{54} \theta + \frac{1}{108} \sin 2\theta + c$$

$$= \frac{1}{54} \tan^{-1} \left(\frac{x}{3}\right) + \frac{1}{54} \sin \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{x}{3}\right) \right\} \cos \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{x}{3}\right) \right\} + c \quad (\text{Ans.})$$

37. Evaluate (মান নির্ণয় কর) : $\int_0^a \frac{(a^2 - x^2) dx}{(a^2 + x^2)^2}$

সমাধান : [Let, $x = a \tan \theta$]

Here, $I = \int \frac{(a^2 - x^2) dx}{(a^2 + x^2)^2}$

$= \int \frac{2a^2 - (a^2 + x^2) dx}{(a^2 + x^2)^2}$

$= 2a^2 \int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^2} - \int \frac{dx}{(a^2 + x^2)}$

$\therefore [I]_0^a = \frac{1}{a} \left[\sin \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \right\} \cos \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \right\} \right]_0^a$

$= \frac{1}{a} \left[\sin \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{a}{a} \right) \right\} \cos \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{a}{a} \right) \right\} - \sin \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{0}{a} \right) \right\} \cos \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{0}{a} \right) \right\} \right]$

$= \frac{1}{a} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 0 \times 1 \right) = \frac{1}{2a}$ (Ans.)

$= 2a^2 \int \frac{a \sec^2 \theta d\theta}{a^4 \sec^4 \theta} - \int \frac{a \sec^2 \theta d\theta}{a^2 \sec^2 \theta}$

$= \frac{2}{a} \int \cos^2 \theta d\theta - \frac{1}{a} \int d\theta$

$= \frac{1}{a} \int (1 + \cos 2\theta) d\theta - \frac{1}{a} \int d\theta$

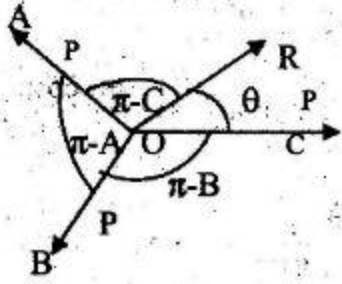
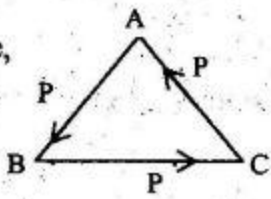
$= \frac{\theta}{a} + \frac{1}{2a} \sin 2\theta - \frac{\theta}{a} = \frac{1}{2a} \sin \theta \cdot \cos \theta$

$= \frac{1}{a} \sin \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \right\} \cdot \cos \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \right\}$

38. Forces each equal to P act at a point parallel to the sides of a triangle ABC. Prove that the resultant R is given by. $R^2 = P^2(3 - 2\cos A - 2\cos B - 2\cos C)$. (ABC ত্রিভুজের বাহুরেখের সমান্তরাল P মানবিশিষ্ট তিনটি বল, একটি বিন্দুতে কার্যকর হলে প্রমাণ কর যে শক্তিবল R, $R^2 = P^2(3 - 2\cos A - 2\cos B - 2\cos C)$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।)

সমাধান :

Here,



* OC বরাবর উপাংশ নিয়ে, $R \cos \theta = P + P \cos(\pi - C) + P \cos\{-(\pi - B)\}$
 $= P - P \cos C - P \cos B$ ----- (i)

* OC এর লম্ব বরাবর উপাংশ নিয়ে,
 $R \sin \theta = P \sin(\pi - C) + P \sin\{-(\pi - B)\}$
 $= P \sin C - P \sin B$ ----- (ii)

$\therefore (i)^2 + (ii)^2 \Rightarrow R^2 = 3p^2 - 2p^2 \cos B - 2p^2 \cos C + 2p^2(\cos B \cdot \cos C - \sin B \cdot \sin C)$
 $= 3p^2 - 2p^2 \cos A - 2p^2 \cos B - 2p^2 \cos C.$

$\therefore R^2 = P^2 (3 - 2\cos A - 2\cos B - 2\cos C)$ (Proved)

১৫। A man can swim directly across a river of breadth b feet in t_1 seconds when there is no current and in t_2 seconds when there is current. Find the velocity of the current. (একজন লোক আড়াআড়িভাবে সাঁতার কেটে b ফুট প্রস্থ একটি প্রোতবিহীন নদী t_1 সেকেন্ডে পারি দিতে পারে এবং নদীতে প্রোত থাকলে t_2 সেকেন্ডে পারে। প্রোতের বেগ নির্ণয় কর।)

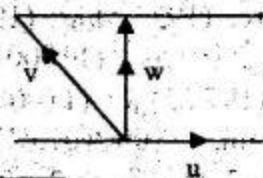
সমাধান :

Let নৌকার বেগ = v , প্রোতের বেগ = u ,

Here, $v = \frac{b}{t_1}$

$$w = \sqrt{v^2 - u^2}; \quad [.,.] \quad \text{But, } b = wt$$

$$\Rightarrow \left(\frac{b}{t}\right)^2 = w^2 = v^2 - u^2 = \left(\frac{b}{t_1}\right)^2 - u^2 \quad [\text{conditionally}] \quad u = b \sqrt{\left(\frac{1}{t_1^2} - \frac{1}{t^2}\right)} \quad (\text{Ans.})$$



১৬। A mass of 9 lbs descending vertically drags up a mass of 6 lbs by means of a string passing over a smooth pulley. Find the acceleration of the system and tension of the string. (একটি রশির এক প্রান্তে একটি 9 পাউন্ডের ভর কোন মসৃণ পুলির মাধ্যমে নিম্নমুখী নামার সময় রশিটির অন্যপ্রান্তে 6 পাউন্ডের অন্য একটি ভর টেনে উপরে তোলে। এদের ত্বরণ ও রশির টান নির্ণয় কর।)

সমাধান :

Here, $m_1 = 9 \text{ lb}$,

$m_2 = 6 \text{ lb}$,

$$g = 32 \text{ ft/sec}^2 \quad \therefore f = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g = \frac{9 - 6}{9 + 6} \times 32 = 230 \frac{2}{5} \text{ Poundal} \quad [(\text{Ans.}) \text{(ii)}]$$

$$= \frac{9 - 6}{9 + 6} \times 32 \quad \therefore f = \frac{32}{5} \text{ ft/sec}^2 \quad [(\text{Ans.}) \text{(i)}]$$

$$\text{Again, } T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g \\ = \frac{2 \times 9 \times 6}{9 + 6} \times 32$$

১৭। There are two boxes of the same type. Box-1 contains 2 black and 5 white marbles while box-2 contains 3 black and 7 white marbles. One box is selected by lottery and one marble is drawn from the selected box. If the marble is white, find the probability of selecting box-2.

(দুটি একই রকমের বাক্সের 1 নং- বাক্সে 2টি কাল ও 5টি সাদা মার্বেল এবং 2 নং- বাক্সে 3টি কাল ও 7টি সাদা মার্বেল আছে। লটারির সাহায্যে একটি বাক্স নির্বাচন করা হল এবং নির্বাচিত বাক্সটি থেকে একটি মার্বেল উঠানো হল। মার্বেলটি সাদা হলে 2 নং- বাক্স নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা কত বের কর।)

সমাধান : Here, $P\left(\frac{w}{B_1}\right) = \frac{{}^5C_1}{{}^7C_1} = \frac{5}{7}$; $P\left(\frac{w}{B_2}\right) = \frac{{}^7C_1}{{}^{10}C_1} = \frac{7}{10}$

$$P(B_1) = \frac{1}{2}; \quad P(B_2) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P\left(\frac{B_2}{w}\right) = \frac{P\left(\frac{w}{B_2}\right) \cdot P(B_2)}{P\left(\frac{w}{B_1}\right) \cdot P(B_1) + P\left(\frac{w}{B_2}\right) \cdot P(B_2)} \\ = \frac{\frac{7}{10} \times \frac{1}{2}}{\frac{5}{7} \times \frac{1}{2} + \frac{7}{10} \times \frac{1}{2}} = \frac{49}{99} \quad (\text{Ans.})$$

১৮। Convert 197.25 into binary number and again express the binary number into decimal number to verify your result. (197.25 কে দ্বিমিকে প্রকাশ করা এবং দ্বিমিকে প্রকাশিত সংখ্যাকে আবার দশমিকে প্রকাশ করে জোয়ার উত্তরের সত্যতা যাচাই কর।)

সমাধান :

$$\text{Here, } (197.25)_{10} = (197)_{10} + (0.25)_{10}.$$

$$\text{But, } (197)_{10} = (1100101)_2; (0.25)_{10} = (.01)_2$$

$$\therefore (197.25)_{10} = (1100101.01)_2 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{Again, } (1100101.01)_2$$

$$= 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (197.25)_{10} \text{ (Proved)}$$

১৯। (a) At what conditions will the vectors \vec{A} and \vec{B} be parallel and perpendicular to each other? (কোন কোন শর্তাধীনে \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরের পরস্পর লম্ব এবং সমান্তরাল হয়?)

(b) Find the projection of $\vec{A} = 10\hat{i} + 8\hat{j} - 8\hat{k}$ along $\vec{B} = 5\hat{i} + 6\hat{j} + 9\hat{k}$

($\vec{B} = 5\hat{i} + 6\hat{j} + 9\hat{k}$ এর দিকে $\vec{A} = 10\hat{i} + 8\hat{j} - 8\hat{k}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ বের কর।)

সমাধান :

(a) When, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$; $\vec{A} \perp \vec{B}$; When, $\vec{A} \times \vec{B} = 0 = \vec{B} \times \vec{A}$; $\vec{A} \parallel \vec{B}$

$$\begin{aligned} \text{(b) Here, } \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{B} &= \frac{(10\hat{i} + 8\hat{j} - 8\hat{k}) \cdot (5\hat{i} + 6\hat{j} + 9\hat{k})}{\sqrt{(5)^2 + (6)^2 + (9)^2}} \\ &= \frac{(50 + 48 - 72)}{\sqrt{142}} = \frac{26}{\sqrt{142}} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

২০। If a body travels half its total path in the last second of its fall from rest, find the time and height of its fall. Explain the unacceptability of the solution if any.

(কোন বস্তু স্থিরাবস্থা থেকে পড়ার সময় সর্বশেষ সেকেন্ডে মোট অতিক্রম দূরত্বের অর্ধেক দূরত্ব অতিক্রম করে। পতনের সময় ও উচ্চতা নির্ণয় কর। সমাধানের অগ্রহণযোগ্যতা থাকলে তা ব্যাখ্যা কর।)

সমাধান : Accordingly, $h_{th} = \frac{h}{2}$

$$\text{But, } h_{th} = \frac{1}{2} g(2t-1)^2$$

$$\therefore \frac{h}{2} = h_{th} = \frac{1}{2} g(2t-1)^2$$

$$\text{But, } h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\therefore h = \frac{1}{2} g t^2 = g(2t-1)$$

$$\Rightarrow t^2 = 4t - 2$$

$$\Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{2}$$

But, $t = 2 - \sqrt{2}$ is not expected

[\therefore Accordingly $t > 1$.]

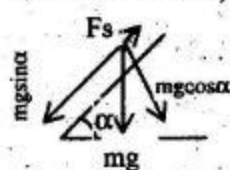
$$\therefore t = (2 + \sqrt{2})^2 \text{ sec Ans.}$$

$$\text{Again, } h = \frac{1}{2} g(2 + \sqrt{2})^2$$

$$= (3 + 2\sqrt{2})g \text{ (unit of length) (Ans.)}$$

২১। The co-efficient of friction between the road and the tyre of a car weighing 1000 kg is $\mu_s = 0.8$. What is the maximum slope of the road on which the car would be able to remain still without sliding? (1000 kg ভরের একটি গাড়ির চাকা ও রাস্তার মধ্যে স্থিতি ঘর্ষণের সহগ বা গুণক $\mu_s = 0.8$ হলে, গাড়িটি সর্বোচ্চ কত ঢালু রাস্তায় পিছলিয়ে না পড়ে থেমে থাকতে পারবে?)

সমাধান : Here, $m = 1000 \text{ kg}$



$$\mu_s = 0.8$$

$$F_s = mg \sin \alpha \text{ [In Equilibrium position]}$$

$$R = mg \cos \alpha$$

$$\therefore \mu_s = \frac{F_s}{R} = \frac{mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$\therefore \alpha = \tan^{-1} \mu_s$$

$$= \tan^{-1}(0.8) = 38^\circ 39' 35.31'' \text{ (Ans.)}$$

- ২২। The base of an insect's leg is spherical in shape with a radius of 2.0×10^{-5} m. The 3.0×10^{-3} gm mass of the insect is supported equally by the six legs on the surface of water. Calculate the angle of contact of the insect's leg with the water. Surface tension of water is 7.2×10^{-2} Nm⁻¹ and $g = 9.8$ ms⁻². (ছয় পা বিশিষ্ট 3.0×10^{-3} গ্রাম ভরের একটি পোকানির উপরিতলে দাঁড়িয়ে থাকতে পারে। ছয়টি পা সমান ভর বহন করলে এবং পোকানির পায়ের তলা 2.0×10^{-5} মি. ব্যাসার্ধের গোলাক আকৃতির হলে, পানির সাথে পোকানির পায়ের স্পর্শ কোণ কত হবে?) [পানির পৃষ্ঠটান 7.2×10^{-2} Nm⁻¹ ও $g = 9.8$ ms⁻²]

সমাধান :

$$\text{Here, } M = 3 \times 10^{-3} \text{ gm} = 3 \times 10^{-6} \text{ Kg}$$

$$\therefore m = \frac{M}{6} = 5 \times 10^{-7} \text{ Kg}$$

$$r = 2 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$T = 7.2 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-1}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

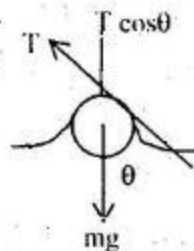
But, in an Equilibrium position;

$$T \cos \theta \times 2\pi r = mg$$

$$\Rightarrow 7.2 \times 10^{-2} \cos \theta \times 2\pi \times 2 \times 10^{-5}$$

$$= 5 \times 10^{-7} \times 9.8$$

$$\Rightarrow \theta = 57^{\circ} 12' .34.18'' \text{ (Ans.)}$$



- ২৩। A body oscillates with simple harmonic motion according to the equation $x = 6.0 \cos(3\pi t + \pi/3)$ m. What is (i) the displacement, (ii) the velocity, and (iii) the acceleration at the time, $t = 2$ sec? (একটি বস্তু সরল হ্রস্ব গতি $x = 6.0 \cos(3\pi t + \pi/3)$ m সমীকরণ দ্বারা বিবৃত করা যায়। $t = 2$ sec সময়ে (i) সরণ, (ii) বেগ, এবং (iii) ত্বরণ বের কর।)

সমাধান :

$$(i) x(t = 2) = 6 \cos(3\pi \times 2 + \pi/3) = 3 \text{ m (Ans.)}$$

$$(ii) \text{ Here, } A = 6 \text{ m, } \omega = 3\pi, x = 3 \text{ m}$$

$$\therefore v(t = 2) = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 3\pi \sqrt{36 - 9}$$

$$\therefore v = 9\sqrt{3}\pi \text{ m/sec (Ans.)}$$

$$(iii) f = -\omega^2 x = -9\pi^2 \times 3$$

$$\therefore f = -27\pi^2 \text{ m/sec}^2 \text{ (Ans.)}$$

- ২৪। At what celsius temperature will oxygen molecules have the same mean square velocity as that of hydrogen molecules at -100°C ? ($m_o/m_h = 16$). (কত সেলসিয়াস তাপমাত্রায় অক্সিজেন গড় বর্গবেগ -100°C তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের সমান হবে?) ($m_o/m_h = 16$)

সমাধান :

$$\text{Here, } \frac{m_o}{m_h} = 16; T_h = -100^{\circ}\text{C} = 173\text{K}$$

$$\text{But, Conditionally, } C_o = C_h$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3RT_o}{m_o}} = \sqrt{\frac{3RT_h}{m_h}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{m_o}{m_h}} = \sqrt{\frac{T_o}{T_h}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_o}{T_h} = \frac{m_o}{m_h} = 16$$

$$\Rightarrow T_o = 16 \times 173 = 2768\text{K}$$

$$= 2495^{\circ}\text{C (Ans.)}$$

- ২৫। How much heat a refrigerator will have to reject to convert 2 kg of water at 20°C to ice at -10°C . Specific heat of water = 4.2×10^3 J kg⁻¹ K⁻¹. Specific heat of ice = 2.1×10^3 J kg⁻¹ K⁻¹. Latent heat of ice = 3.33×10^5 J kg⁻¹. (20°C তাপমাত্রায় 2 kg পানিকে -10°C তাপমাত্রায় বরফে পরিণত করতে একটি রেফ্রিজারেটরকে কি পরিমাণ তাপ বর্জন করতে হবে? পানির আপেক্ষিক তাপ = 4.2×10^3 J kg⁻¹ K⁻¹। বরফের আপেক্ষিক তাপ = 2.1×10^3 J kg⁻¹ K⁻¹। বরফ গলনের সূক্ত তাপ = 3.33×10^5 J kg⁻¹)

$$\text{সমাধান : Here, } Q_1 = mS = 2 \times 4.2 \times 10^3 \times 20 = 168 \times 10^3 \text{ J}$$

$$Q_2 = mL_f = 2 \times 3.33 \times 10^5 = 666 \times 10^3 \text{ J}$$

$$Q_3 = 2 \times 2.1 \times 10^3 \times 10 = 42 \times 10^3$$

$$\therefore Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 876 \times 10^3 \text{ J (Ans.)}$$

২৬। A 500W immersion heater is placed in a pot containing 2.0 litres of water at 20°C. How long will it take to bring the water to boiling temperature, assuming that 80% of the available energy is absorbed by the water. (Water C = 4186 J / kg) (একটি পাত্রে 20° সে. তাপমাত্রার 2.0 লিটার পানিতে একটি 500W immersion heater রাখা হল। যদি প্রাপ্ত শক্তির 80% পানি শোষণ করে, তা হলে পানিকে বাষ্প তাপমাত্রায় পৌঁছাতে কত সময় লাগবে?) [পানির C=4186 J/kg]

সমাধানঃ Here, m = 2 Lt water
= 2 Kg water
C = 4186 J/Kg
P_o = 500 W.

$$\therefore P = 400 \text{ W} \cdot [\because \eta = 80\% = 0.8]$$

Accordingly,

$$mC = w = P_i t$$

$$\Rightarrow 2 \times 4186 = 400 t$$

$$\Rightarrow t = 20.93 \text{ sec (Ans.)}$$

২৭। If an object is placed 0.50m in front of an equiconvex lens of glass having a radius of curvature 0.40m and refractive index 1.5, what will be the position of the image and what will be its magnification? (1.5 প্রতিসরাঙ্কের ও 0.40m বক্রতার ব্যাসার্ধের একটি কাঁচের সমউত্তল লেন্স হতে 0.50m দূরে একটি লক্ষ্যবস্তু স্থাপন করলে, বস্তুটির প্রতিবিম্বের অবস্থান ও বিবর্ধন কি হবে?)

সমাধানঃ

As we know,

Here, P₁ = 0.40m

P₂ = - 0.40m

μ = 1.5

u = 0.50m

$$\therefore \frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f} = (\mu - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} + \frac{1}{0.50} = (1.5 - 1) \left(\frac{1}{0.40} + \frac{1}{0.40} \right)$$

$$\Rightarrow v = 0.80 \text{ m (Ans.)}$$

$$\text{Again, } m = \left| \frac{v}{u} \right| = 1.6 \text{ (Ans.)}$$

২৮। A particular farsighted person has a near point of 1.0m. What should be the type of lens and power of reading glasses so that the person can read a newspaper at a distance of 20 cm?

(একজন দূরদৃষ্টি সম্পন্ন লোক 1.0m দূরত্বের কমে ভালভাবে দেখতে পায় না। 20cm দূরত্বে রেখে কোন খবরের কাগজ পড়তে চাইলে লোকটি কিরূপ লেন্সের ও কত ক্ষমতার চশমা ব্যবহার করতে হবে?)

সমাধানঃ Here, u = 20 cm = 0.2m

v = 1m

$$\therefore \frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

$$= \frac{1}{0.2} + \frac{1}{1} \Rightarrow f = 0.167 \text{ m Ans.}$$

$$P_D = \frac{1}{f_m}$$

$$= \frac{1}{0.167}$$

$$\therefore P = +6 \text{ D (Ans.)}$$

২৯। The focal lengths of the objective and the eye piece of an astronomical telescope are 10 in and 1 in, respectively. The telescope is focused on an object 5th from the objective, the final image being formed 10 in from the eye of an observer. Calculate the length of the telescope and its magnification. (একটি দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্য এবং অভিনেত্রের ফোকাস দূরত্ব যথাক্রমে 10in এবং 1in। অভিলক্ষ্য হতে 5ft দূরে একটি বস্তুর প্রতি দূরবীক্ষণ ফোকাস করলে প্রতিবিম্ব দর্শকের চোখ হতে 10in দূরে গঠিত হয়। দূরবীক্ষণ নলের দৈর্ঘ্য ও বিবর্ধন নির্ণয় কর।)

সমাধান : Here, $f_o = 10$ in

$$f_e = 1 \text{ in}$$

$$v_e = -10 \text{ in}$$

$$u_o = 5 \text{ ft} = 60 \text{ in}$$

$$\therefore v_o = 12 \text{ in} \quad \left[\because \frac{1}{v_o} + \frac{1}{u_o} = \frac{1}{f_o} \right]$$

$$\text{Again, } v_e = 0.9090 \text{ in} \quad \left[\because \frac{1}{u_e} = \frac{1}{f_e} - \frac{1}{v_e} \right]$$

$$\therefore L = v_o + u_e$$

$$= 12 + 0.9090$$

$$= 12.9090 \text{ in (Ans.)}$$

$$\text{Again, } m = \left(1 - \frac{v_o}{f_o} \right) \left(1 - \frac{v_e}{f_e} \right)$$

$$= \left(1 - \frac{12}{10} \right) \left(1 - \frac{-10}{1} \right)$$

$$\therefore m = |-2.2| = 2.2 \text{ (Ans.)}$$

৩০। Two capacitors of capacitance $3 \mu\text{F}$ and $6 \mu\text{F}$ is connected in series and then a 12 V battery is connected across them. (i) What is the total capacitance of the circuit? (ii) What is the potential difference across each capacitance? (iii) What is the amount of energy stored in each capacitor? ($3 \mu\text{F}$ & $6 \mu\text{F}$ ধারকত্বের দুটি ধারককে শ্রেণী সমবায় যুক্ত করে বর্তনীর দুই প্রান্তে 12 ভোল্ট এর একটি ব্যাটারী সংযোগ দেয়া হলো- (i) বর্তনীর মোট ধারকত্ব কত? (ii) প্রত্যেকটি ধারকের বিভব পার্থক্য কত? (iii) প্রত্যেক ধারকে সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ কত?)

সমাধান :

$$\text{Here, } C_1 = 3 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$C_2 = 6 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$(i) \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$= \left(\frac{1}{3 \times 10^{-6}} + \frac{1}{6 \times 10^{-6}} \right)$$

$$\therefore C_s = 2 \times 10^{-6} \text{ F (Ans.)}$$

Again,

$$Q = VC_s; \quad V = 12 \text{ V}$$

$$= 12 \times 2 \times 10^{-6}$$

$$= 2.4 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$(ii) V_1 = \frac{Q}{C_1}$$

$$\therefore V_1 = \frac{2.4 \times 10^{-5}}{3 \times 10^{-6}}$$

$$\therefore V_1 = 8 \text{ Volt} \quad \therefore V_2 = 4 \text{ Volt}$$

$$(iii) U = \frac{1}{2} VQ$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 2.4 \times 10^{-5}$$

$$= 1.44 \times 10^{-4} \text{ Joule (Ans.)}$$

31. A square coil of side 5.0cm contains 100 loops and is positioned perpendicular to a uniform magnetic field produced between the two poles of a magnet. It is quickly pulled from the field to a region where the magnetic field abruptly drops to zero. If it takes 0.06 second for the coil to reach the field free region and the average induced e.m.f. is 70m V, what is the strength of the magnetic field? (5.0cm দৈর্ঘ্যের একটি বর্গাকার কুন্ডলীতে পাক সংখ্যা 100। কুন্ডলীটি একটি চুম্বকের দুই মেঘুর মধ্যবর্তী চৌম্বকক্ষেত্রের সাথে লম্বভাবে স্থাপন করা আছে। কুন্ডলীটিকে একটি হ্যাচকা টানে 0.06 সেকেন্ডে চৌম্বক ক্ষেত্র মুক্তস্থানে নিয়ে আসা হলে গড়ে 70m V বিদ্যুত চালক বল আবিষ্টি থাকে। মেঘুরের মধ্যে চৌম্বকক্ষেত্র কত?)

সমাধান: Here, $A = (5 \times 10^{-2})^2 \text{ m}^2$

$$N = 100$$

$$dt = 0.06 \text{ sec.}$$

$$E = 70 \times 10^{-3} \text{ volt}$$

Accordingly,

$$E = \frac{N d\phi_B}{dt} \text{ [Without considering '-' sign]}$$

$$= \frac{NAB}{dt} \text{ [}\therefore \text{ Here, } d\phi_B = A \cdot B \text{]}$$

$$\Rightarrow 70 \times 10^{-3} = \frac{100 \times (5 \times 10^{-2})^2 \times B}{0.06}$$

$$\Rightarrow B = 0.0168 \text{ Wb/m}^2 \text{ (Ans.)}$$

32. One end of thermo-couple is kept at melting ice (0°C) while the other end is heated to a temperature $t^\circ\text{C}$. If the induced electromotive force can be expressed by the relation $E = 16t - 0.04t^2$, what are (i) the neutral temperature and (ii) the temperature of inversion of the thermo-couple? (একটি তাপ যুগলের এক প্রান্ত পানি মিশ্রিত বরফে (0°C) রেখে অপর প্রান্ত $t^\circ\text{C}$ তাপমাত্রায় উত্তপ্ত করলে যে তাপ-ভেদিতচালক বলের সৃষ্টি হয় তাকে $E = 16t - 0.04t^2$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। তাপ-যুগলটির (i) নিরপেক্ষ তাপমাত্রা কত? (ii) উৎক্রম তাপমাত্রা কত?)

সমাধান:

$$\text{Here, } E = 16t - 0.04t^2$$

$$(i) \text{ When, } t = t_n,$$

$$\frac{dE}{dt} = 0 = 16 - 0.08t_n$$

$$t_n = \frac{16}{0.08} = 200^\circ\text{C}$$

$$(ii) \text{ When, } t = t_i,$$

$$E_i = 0 = 16t_i - 0.04t_i^2$$

$$\Rightarrow t_i = \frac{16}{0.04} = 400^\circ\text{C} \text{ (Ans.)}$$

33. The number of turns of the secondary coil of an ideal transformer is 275 times the number of turns of the primary coil. If a potential difference of 100 V is applied to the primary coil of the transformer, what will be the induced potential difference in the secondary coil? If the current in the secondary coil is 50mA. What is the current in the primary coil? (একটি আদর্শ ট্রান্সফরমারের পৌণ কুন্ডলীর পাক সংখ্যা প্রাথমিক কুন্ডলীর পাক সংখ্যার 275 গুণ। ট্রান্সফরমারটির প্রাথমিক কুন্ডলীতে প্রয়োগকৃত বিভব প্রভেদ 100 ভোল্ট হলে পৌণ কুন্ডলীতে আবিষ্টি বিভব প্রভেদ কত? পৌণ কুন্ডলির বিদ্যুৎ প্রবাহ মাত্রা 50m A হলে প্রাথমিক কুন্ডলির প্রবাহ মাত্রা কত?)

$$\text{সমাধান: Here, } \frac{N_s}{N_p} = 275$$

$$E_p = 100 \text{ Volt,}$$

$$\text{Now, } \frac{E_s}{E_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$\Rightarrow E_s = 275 \times 100 = 27500 \text{ Volt (Ans.)}$$

$$I_s = 50 \times 10^{-3} \text{ A;}$$

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} = 275$$

$$\Rightarrow I_p = 275 \times 50 \times 10^{-3} = 13.75 \text{ A (Ans.)}$$

৩৪। The half-life of ^{214}Po is 26.8 minutes. Find out its mass that will give one Curie of activity. Avogadro's number = 6.023×10^{23} . (^{214}Po এর অর্ধায় 26.8 মিনিট। কি পরিমাণ ভর থেকে এক কুরী তেজস্ক্রিয়তা পাওয়া যাবে তা বের কর। অ্যাভোগেড্রোর সংখ্যা = 6.023×10^{23})

সমাধান :

$$\text{Here, } \frac{dN}{dt} = 1 \text{ curie} = 1\text{Bq} = 3.7 \times 10^{10} \text{ decay / sec}$$

$$T_{1/2} = 26.8 \text{ min} = 1608 \text{ sec;}$$

$$\therefore \lambda = 4.3106 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1} \quad [\therefore \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}]$$

$$\text{Again, } \frac{dN}{dt} = \lambda N \text{ [without considering sign]}$$

$$\Rightarrow 3.7 \times 10^{10} = 4.3106 \times 10^{-4} \times N$$

$$\Rightarrow N = 8.583458 \times 10^{13}$$

$$\text{But, When } N = 6.023 \times 10^{23}, m = 214 \text{ gm}$$

$$\therefore \text{When } N = 8.583458 \times 10^{13},$$

$$m = \frac{214 \times 8.583458 \times 10^{13}}{6.023 \times 10^{23}} \text{ gm}$$

$$\therefore N = 3.04974 \times 10^{-8} \text{ gm (Ans.)}$$

৩৫। An electron is advancing through a magnetic field of magnetic induction 0.5T in a direction perpendicular to the field with a speed of $5.0 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$. (i) What will be the magnitude of the magnetic force acting on the electron? (ii) What will be the radius of the circular path that will be traversed by the electron? Mass of an electron = $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$. Charge of an electron = $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$. ($5.0 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$ বেগে একটি ইলেকট্রন 0.5 T চৌম্বক আবেশের চৌম্বক ক্ষেত্রের মধ্য দিয়ে অভিলম্বভাবে অগ্রসর হচ্ছে। (i) ইলেকট্রনটির উপরে ত্রিভুজীক চৌম্বক বলের মান কত? (ii) ইলেকট্রনটি যে বৃত্তাকার পথে ঘুরবে তার ব্যাসার্ধ কত?) [ইলেকট্রনের ভর = $9.1 \times 10^{-31} \text{ কেজি}$ । ইলেকট্রনের চার্জ = $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ।]

সমাধান :

$$(i) F_m = q \vec{V} \times \vec{B}$$

$$= qVB \quad [\therefore \vec{V} \perp \vec{B}]$$

$$= 1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^7 \times 0.5$$

$$\therefore F_m = 4 \times 10^{-12} \text{ N (Ans.)}$$

$$[\therefore q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C; } V = 5 \times 10^7 \text{ m/sec}]$$

$$B = 0.5 \text{ T}$$

(ii) Accordingly,

$$F_{cp} = F_m$$

$$\Rightarrow \frac{mV^2}{r} = qVB$$

$$\Rightarrow r = \frac{mV}{qB} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 5 \times 10^7}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.5}$$

$$\therefore r = 5.6875 \times 10^{-4} \text{ m (Ans.)}$$

৩৬। The area of sun's surface is $6.1 \times 10^{18} \text{ m}^2$. Energy is emitted from its surface at the rate of $3.9 \times 10^{26} \text{ W}$ per second. If the emissivity of sun's surface with respect to an ideal black body is 1, then determine the temperature of sun's surface. Stefan's constant = $5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$. (সূর্যের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $6.1 \times 10^{18} \text{ m}^2$ এবং এই পৃষ্ঠদেশ হতে প্রতি সেকেন্ডে $3.9 \times 10^{26} \text{ W}$ হারে শক্তি বিকিরিত হচ্ছে। একটি আদর্শ কালো বস্তুর সাপেক্ষে যদি সূর্য পৃষ্ঠের আপেক্ষিক নিরসন ক্ষমতা 1 হয়, তবে সূর্য পৃষ্ঠের তাপমাত্রা নির্ণয় কর। স্টিফানের ধ্রুবক = $5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$.)

সমাধান :

$$\text{Here, } A = 6.1 \times 10^{18} \text{ m}^2$$

$$a = 5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$e = 1$$

$$E = 3.9 \times 10^{26} \text{ W}$$

As, we know,

$$E = eAaT^4$$

$$\Rightarrow 3.9 \times 10^{26} = 1 \times 6.1 \times 10^{18} \times 5.7 \times 10^{-8} \times T^4$$

$$\Rightarrow T = 5787.153 \text{ K (Ans.)}$$

37. Change the following sentences as directed.

- (a) Everybody admitted that he was honest. (Make it negative)
- (b) He not only made a promise but also kept it. (Make it simple)
- (c) I have no money to spare. (make it complex)
- (d) As soon as the thief saw the police, he ran away. (Make it negative)
- (e) The answer he wrote was not to the point. (Make it simple)

Ans. (a) Nobody denied that he wasn't dishonest.

(b) Besides making a promise he kept it.

(c) I can't spare as I have no money.

(d) No sooner had the thief seen the police than he ran away.

(e) His answer was not to the point.

38. (a) Change the form of the narration of the following :

(i) "You know it isn't safe to go to bed without locking the door", he said to his wife.

(ii) He also asked her why she had not locked it.

(b) Change the voice of the following :

(i) He should be told to go home.

(ii) Rice is cheap when it is sold.

(iii) To whom are the ways of nature known ?

Ans. (a) (i) He advised his wife that she knew it wasn't safe to go to bed without locking the door.

(ii) He said to her, why have you not locked it ?

(b) (i) Some one should tell him to go home.

(ii) Rice sells cheap.

(iii) Who knows the ways of nature ?

39. Fill in the blanks with appropriate prepositions :

A friend _____ mine was elected mayor _____ his small town. Since he still had _____ maintain his regular full-time job, I asked, "Why _____ the world did you run _____ 'mayor'? He answered, "So I could have my own telephone".

Ans. (i) of (ii) at (iii) to (iv) in (v) at

40. Translate the following into English :

(a) এক জোড়া জুজ কিনতে আমার একশত টাকা লেগেছিল।

(b) উত্তর আমেরিকার উত্তর পূর্ব কোণে গ্রীনল্যান্ড নামে একটি দ্বীপ আছে।

(c) তুমি কতক্ষণ আমার জন্য দাঁড়িয়ে আছ ?

(d) পৃথিবীতে বাড়ীর মত জায়গা আর হয় না।

(e) এখন শোবার সময় হয়েছে।

Ans. (a) It cost me taka hundred to purchase a pair of shoes.

(b) It is an island named Greenland to the North east corner of North America.

(c) How long have you been standing for me ?

(d) There is no more place as good as a house on earth.

(e) Now is the time to sleep.

41. Make sentence with the following :

- (a) In black and white (b) Over and above (c) A rainy day
(d) Cats and dogs (e) Make out

- Ans. (a) He submitted his complain in black and white.
(b) He is over and above an honest man.
(c) We should prepare ourselves for a rainy day ahead.
(d) It has been raining cats and dogs for two hours.
(e) I can't make out what you have said.

42. Read the following passage. On the basis of what is stated or implied in the passage, tick (✓) the corresponding box to choose the right answer from the three choices given after each of the questions.

Dionysius, King of Syracuse, had a courtier named Damocles, who always flattered him, saying, "How grand it must be to be a great king like you, sir". One day Dionysius said to him, "You shall be king for one night as a reward for your loyalty." Damocles was over-joyed, and that night he sat on the king's seat at the head of the table, dressed in the royal robes. But as the feast began he chanced to look up and saw over his head a heavy sword hanging by a single thread. The dreadful sight spoiled his dinner and all his pleasure and pride. He was very glad when the feast was over and he could leave the royal seat. Next day Dionysius asked him how he had enjoyed himself. "Not at all", cried Damocles, "all the time I was in terror of the dreadful sword falling on my head". "Now", said Dionysius smiling, "you know what it feels like to be a king".

(a) What does the passage mainly discuss ?

- (i) Dionysius, King of the Syracuse.
 (ii) Damocles, the courtier.
 (iii) Damocles' experience as a King.

(b) Was the experience ?

- (i) A pleasant one.
 (ii) An exciting one.
 (iii) A dreadful one.

(c) Damocles was made king for a night.

- (i) Because he thought it would be wonderful to be a king.
 (ii) Because he flattered the king.
 (iii) Because he thought being a king was grand and for his loyalty he was allowed to be one.

(d) Damocles saw a heavy sword hanging by a single thread, was it-

- (i) Before him
 (ii) Near him.
 (iii) Just over head

(e) He saw the sword-

- (i) As soon as he sat down in the king's seat.
 (ii) When the feast was almost over.
 (iii) When he happened to look up by chance at the beginning of the feast.

রসায়ন

- ১) What will be the time required to decrease the concentration of N_2O_5 in one third of its original concentration at $35^\circ C$ in CCl_4 media? Given that at $35^\circ C$, $K = 1.35 \times 10^{-4} s^{-1}$ ($35^\circ C$ তাপমাত্রায় CCl_4 মাধ্যমে N_2O_5 এর ঘনমাত্রার এক তৃতীয়াংশ হ্রাস পেতে কত সময় লাগবে? এই তাপমাত্রায় $k = 1.35 \times 10^{-4} s^{-1}$)

সমাধান : Here, $x = a/3$;

$$K = 1.35 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$$

As we know,

$$K_t = \ln \frac{a}{(a-x)} = \ln \frac{a}{\left(a - \frac{a}{3}\right)}$$

$$= \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\Rightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{1.35 \times 10^{-4}}$$

$$= 3003.4452 \text{ sec. (Ans.)}$$

- ২) What will be the amount of 0.25N NaOH solution required to neutralize a mixture of 25 c.c. 2N HCl and 50 c.c. 0.25M H_2SO_4 solution? (25 c.c. 2N HCl এবং 50 c.c. 0.25M H_2SO_4 এর মিশ্রণকে 0.25N NaOH দ্রবণ দ্বারা প্রশমিত করতে কত লি.লি. NaOH দ্রবণ প্রয়োজন হবে?)

সমাধান :

$$[\therefore \Sigma V_A \cdot S_A = \Sigma V_B \cdot S_B]$$

$$\therefore V_{HCl} \cdot S_{HCl} + V_{H_2SO_4} \cdot S_{H_2SO_4}$$

$$= V_{NaOH} \cdot S_{NaOH}$$

$$\Rightarrow 0.025 \times 2 + 0.050 \times 0.50 = 0.25 \times x$$

$$\Rightarrow x = 0.300 \text{ Lt.}$$

$$\therefore x (\text{in cm}^3) = 300 \text{ cm}^3$$

$$\therefore V_{NaOH} (\text{in cm}^3) = 300 \text{ cm}^3. (\text{Ans.})$$

Here, $V_{HCl} (\text{in Lt}) = 0.025 \text{ Lt}$

$$S_{HCl} = 2N$$

$$V_{H_2SO_4} (\text{in Lt}) = 0.050 \text{ Lt}$$

$$S_{H_2SO_4} = 0.25 \times 2 = 0.50 N$$

$$S_{NaOH} = 0.25 N$$

$$\text{let, } V_{NaOH} (\text{in Lt}) = x \text{ Lt.}$$

- ৩) Solubility product of AgCl is 1.6×10^{-10} . Calculate the solubility of AgCl in water.

(সিলভার ক্লোরাইডের দ্রাব্যতা গুণকল 1.6×10^{-10} । পানিতে সিলভার ক্লোরাইডের দ্রাব্যতা হিসাব কর।)

সমাধান : Let, Solubility of AgCl in water = S mole / Lt

$$\text{Here, Solubility product of AgCl} = S^2 = 1.6 \times 10^{-10}$$

$$S = \sqrt{1.6 \times 10^{-10}} = 1.2649 \times 10^{-5} \text{ mole / Lt.}$$

\therefore Solubility of AgCl in water,

$$S = 1.2649 \times 10^{-5} \text{ mole / Lt. (Ans.)}$$

- ৪) The root-mean square velocity of a gas at $27^\circ C$ being 41232 cm s^{-1} , its name and molecular formula from the following will be: ($27^\circ C$ তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের বর্গমূল গড়বেগ সেকেন্ডে 41232 cm s^{-1} হলে গ্যাসটির নাম এবং আণবিক সংকেত নিম্নের কোনটি হবে?)

সমাধান : (i) Propane, C_3H_8

(ii) Nitric Oxide, NO

(iii) Carbon dioxide, CO_2

(iv) Ammonia, NH_3 . Ans. (iii)

- ৫। (a) Mathematically pH is defined as below: (pH এর গাণিতিক সংজ্ঞা নিম্নভাবে হবে)
- সমাধান : (i) $\log [H^+]$ (ii) $-\log[OH^-]$
 (iii) $-\log[H^+]$ (iv) $-\log[H]$ (v) None of them. Ans. (v)
- (b) A solution having hydroxyl ion (OH^-) concentration $6.2 \times 10^{-7} \text{ mol l}^{-1}$ will have a pH will be ?
 (একটি দ্রবণের হাইড্রোক্সিল (OH^-) আয়নের ঘনমাত্রা $6.2 \times 10^{-7} \text{ mol l}^{-1}$ হলে এই দ্রবণের pH-এর কোনটি হবে ?)
- সমাধান : (i) ~ 8.7 (ii) ~ 7.8 (iii) ~ 6.8 (iv) ~ 2.1 Ans. (ii)

- ৬। By which types of bond, Ammonium chloride and Potassium fericyanide are formed. Also mention their number. (অ্যামোনিয়াম ক্লোরাইড এবং পটাশিয়াম ফেরিসায়ানাইড কি কি ধরনের বন্ধন দ্বারা তৈরি? তাদের সংখ্যাও উল্লেখ কর।)

সমাধান :
 * NH_4Cl এর ক্ষেত্রে,
 01. 3 টি (N-H) সমযোজী
 02. 1 টি (N-H) সন্নিবেশ
 03. 1 টি ($NH_4^+ - Cl^-$) আয়নিক।
 * $K_3[Fe(CN)_6]$ এর ক্ষেত্রে,
 01. 6 টি (Fe-CN) সন্নিবেশ
 02. 3 টি ($K^+ - [Fe(CN)_6]^{3-}$) আয়নিক।

- ৭। Write down the reaction involved in the confirmatory test of Cu^{2+} and Zn^{2+} ions. (Cu^{2+} এবং Zn^{2+} আয়নের সনাক্তকরণের নিশ্চিত পরীক্ষার যে বিক্রিয়া হয় তাহা লিখ।)

Cu^{2+} সনাক্তকরণ :
 সমাধান :
 $2Cu^{2+}(aq) + K_4[Fe(CN)_6](aq) \rightarrow Cu_2[Fe(CN)_6](\downarrow) + 4K^+(aq)$
 (হালকা নীল বর্ণের (সাদা বর্ণের K ফেরোসায়ানাইড) (Cu ফেরোসায়ানাইডের বাদামী অধঃক্ষেপ)
 অদ্রবণীয় কারকীয় Cu^{2+} লবণ)

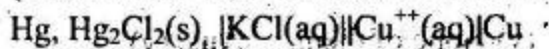
Zn^{2+} সনাক্তকরণ :
 $Zn^{2+} + K_4[Fe(CN)_6](aq) \rightarrow Zn_2[Fe(CN)_6](\downarrow) + 4K^+(aq)$
 (কারকীয় Zn^{2+} এর (সাদা বর্ণের K ফেরোসায়ানাইড) (Zn ফেরোসায়ানাইডের সাদা অধঃক্ষেপ)
 সাদা অধঃক্ষেপ

- ৮। (a) What type of hybridization occurs in $BeCl_2$ formation? What should be the possible geometric structure of $BeCl_2$? ($BeCl_2$ তৈরিতে কি ধরনের সংকরণ ঘটে? $BeCl_2$ এর সম্ভাব্য জ্যামিতিক গঠন কি হওয়া উচিত?)
 সমাধান : $BeCl_2$ তৈরিতে sp সংকরণ ঘটে।
 $KBeCl_2$ এর সম্ভাব্য জ্যামিতিক গঠন সরলরেখিক হওয়া উচিত ($\angle ClBeCl = 180^\circ$)

(b) What is the main reason for the marked difference in boiling points between water and hydrogen sulfide? (পানি ও হাইড্রোজেন সালফাইডের ফুটনাংকের মধ্যে লক্ষ্যণীয় পার্থক্যের প্রধান কারণ কি?)
 সমাধান : কারণ, H_2O -তে H-Bond বিদ্যমান; কিন্তু H_2S -তে কোন H-Bond নেই।

- ৯। (a) Show the decomposition reactions of water with F_2 , Cl_2 and I_2 . (পানির সাথে F_2 , Cl_2 এবং I_2 এর বিয়োজন বিক্রিয়াগুলি দেখাও।)
 সমাধান :
 F_2 with H_2O : $2F_2(g) + 2H_2O(l) \rightarrow 4HF(aq) + O_2(g)$
 Cl_2 with H_2O : $Cl_2(g) + H_2O(l) \rightleftharpoons HClO(aq) + HCl(aq)$
 $2HClO(a) \xrightarrow{hv} 2HCl(aq) + O_2(g)$
 I_2 with H_2O : $I_2(s) + H_2O(l) \rightleftharpoons HIO(aq) + HI(aq)$

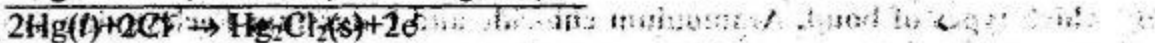
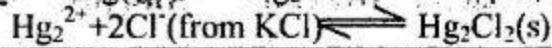
(b) Write the electrode and cell reactions of the following cell.
(নিম্নের কোষটির তড়িৎস্রাব বিক্রিয়া ও কোষ বিক্রিয়াগুলি দেখাও।)



সমাধান :

Here, the calomel electrode, $[\text{Hg, Hg}_2\text{Cl}_2(\text{s}), \text{KCl}(\text{aq})]$ is used as Anode so

In Anode: $2\text{Hg}(\text{l}) \rightleftharpoons \text{Hg}_2^{2+} + 2\text{e}^-$ **In Cathode:** $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu}(\text{s})$



Total Reaction: $2\text{Hg}(\text{l}) + 2\text{Cl}^-(\text{from KCl}) + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Hg}_2\text{Cl}_2(\text{s}) + \text{Cu}(\text{s})$

10. (a) Which inert gas is used as the stimulant of the growth of plants and trees in the greenhouse?

(কোন নিষ্ক্রিয় গ্যাস গ্রীন হাউজে উদ্ভিদ ও গাছের বৃদ্ধিতে উদ্দীপক হিসাবে ব্যবহৃত হয়?)

সমাধান : He গ্যাস।

(b) Why are solutions of strong bases usually not stored in containers made of glass? Show the problem in terms of a reaction. (তীব্র কারকীয় দ্রবণসমূহ কেন কাঁচের তৈরি পাত্রে সংরক্ষিত রাখা হয় না?)

সমস্যাটি একটি বিক্রিয়ার মাধ্যমে দেখাও।

সমাধান : কারণ তীব্র কার কাঁচের সাথে বিক্রিয়ার ফলে কাঁচপাত্র স্লিক হয়ে যেবে। $2\text{KOH} + \text{CaSiO}_3 \rightarrow \text{K}_2\text{SiO}_3 + \text{Ca}(\text{OH})_2$

11. (a) Write the general electronic configuration of transition elements.

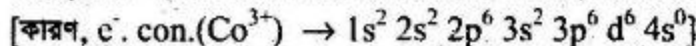
(অবস্থান্তর মৌলসমূহের সাধারণ ইলেকট্রনিক বিন্যাস লিখ।)

সমাধান : অবস্থান্তর মৌলসমূহের সাধারণ ইলেকট্রনিক বিন্যাস $\rightarrow (n-1)d^{1-9} ns^{1-2}$

(b) How many maximum number of ammonia molecules could be linked with cobalt ion (Co^{3+}) and why? (সর্বোচ্চ কতগুলি এমোনিয়া অণু কোবাল্ট আয়নের সাথে যুক্ত হতে পারে এবং কেন?)

সমাধান : সর্বোচ্চ 3টি NH_3 অণু Co^{3+} এর সাথে যুক্ত হতে পারে।

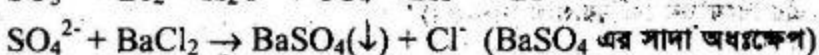
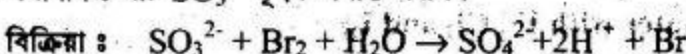
কারণ, Co^{3+} -এ 2টি 3d ও 1টি 4s orbital ফাঁকা রয়েছে যাতে 3টি NH_3 অণুর 3 জোড়া e^- অবহান করতে পারে।



12. In a confirmatory test for an anion, few drops of bromine water and a few drops of barium chloride solution were added to a sample. Then the solution was heated in water bath and was allowed to stand. After a few minutes, white precipitate was obtained. What did that indicate?

(একটি অম্লীয়মূলকের নিশ্চিতকরণ পরীক্ষায় নমুনা দ্রবণে কয়েক ফোঁটা ব্রোমিন পানি ও কয়েক ফোঁটা বেরিয়াম ক্লোরাইড যোগ করা হলো। তারপর দ্রবণটিকে ওয়াটার বাথ পরম করে রেখে দেয়া হলো। কয়েক মিনিট পর সাদা অধঃক্ষেপ পাওয়া গেল। এটি কি সনাক্ত করলো? বিক্রিয়াগুলি দেখাও।)

সমাধান : এটি SO_3^{2-} মূলক সনাক্ত করল।



13. (a) Which one of the following is not produced when excess of SO_3 gas is passed through 100% H_2SO_4 . (100% H_2SO_4 -এ অধিক পরিমাণে SO_3 গ্যাস চালনা করলে নিম্নের কোনটি উৎপন্ন হয় না?)

(i) Sulfan

(ii) Fuming H_2SO_4

(iii) Oleum

(iv) Pyrosulfuric acid ($\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_7$)

Ans. (i)

(b) The oxidation number of Chromium and Manganese in $K_2Cr_2O_7$ and $KMnO_4$ are respectively-
 ($K_2Cr_2O_7$ এবং $KMnO_4$ -এ ক্রোমিয়াম ও ম্যাঙ্গানিজের জারণ সংখ্যা বসাতে)

- (i) 5, 6 (ii) 6, 7 (iii) 4, 7 (iv) 3, 9 Ans. (ii)

(c) Which element of the following uses its '1s' orbital to create bond :

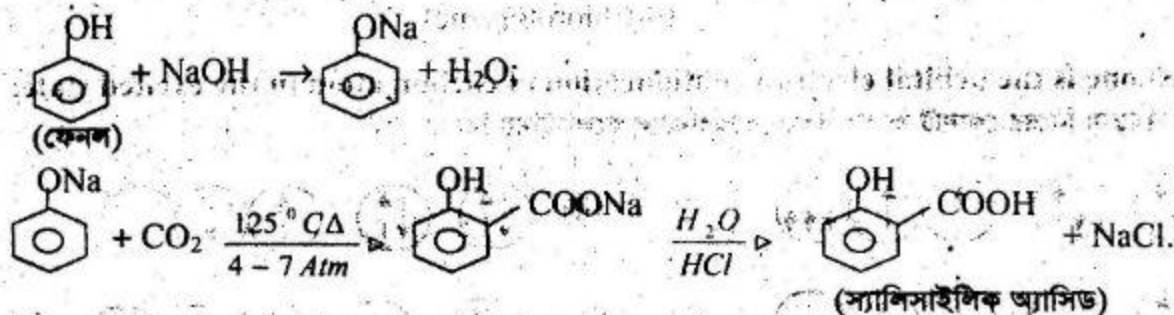
(নিম্নের কোন মৌল তার '1s' অর্বিটাল ব্যবহার করে বন্ধন সৃষ্টি করে।)

- (i) Lithium (ii) Fluorine (iii) Hydrogen (iv) Nitrogen. Ans. (iii)

28. (a) Show with reaction how can you get Salicylic acid from Phenol ?

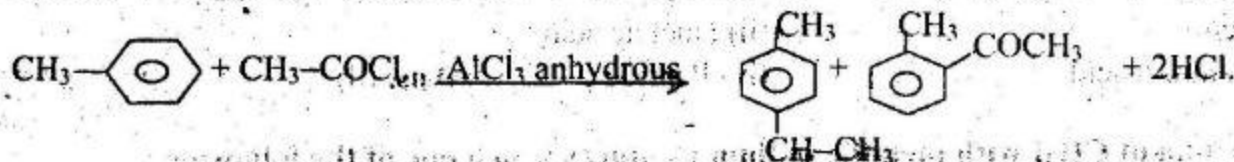
(বিক্রিয়ার সাহায্যে দেখাও কিভাবে তুমি ফেনোল হতে স্যালিসাইলিক এসিড তৈরি করবে ?)

সমাধান :



(b) Fill up the blank and name the compound. (শূন্যস্থান পূরণ কর এবং মৌলটির নাম লিখ।)

সমাধান :



29. (a) Classify the following polymers. (নিম্নের পদার্থগুলিকে শ্রেণীভুক্ত কর।)

- সমাধান : (i) Rubber (ii) Nylon (iii) Polyester (iv) Polyethylen
- Addition Polymer Condensation Polymer Condensation Polymer Addition Polymer

(b) Which type of collision produces π -bond in the following :

(নিম্নের কোন অধিক্রমণ π বন্ধনের সৃষ্টি করে ?)



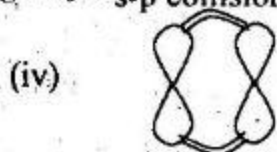
s-s collision



s-p collision



Head to head p-p collision



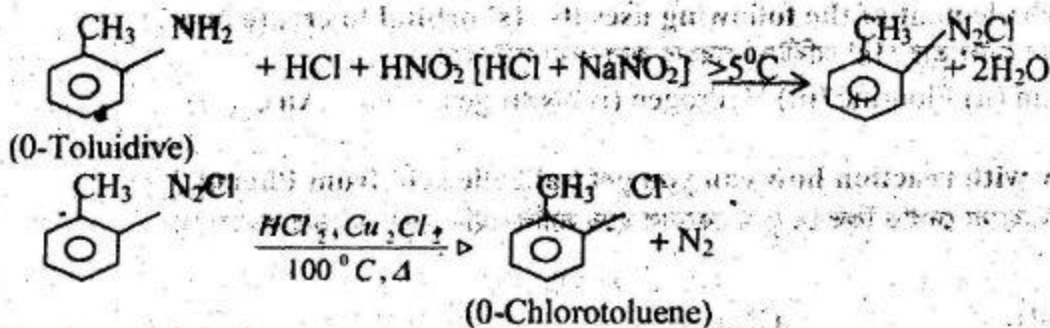
π বন্ধন

Side wise p-p collision

Ans. (iv)

১৬। By using Sandmeyer reaction how is o-Chlorotoluene prepared from o-Toluidine? Show the reaction steps. (Sandmeyer বিক্রিয়া ব্যবহার করে o-Toluidine থেকে ক্লোরো o-Chlorotoluene তৈরি করা হয়? বিক্রিয়াটির ধাপগুলি দেখাও।)

সমাধান :



১৭। (a) Which one is the orbital electron configuration of carbon atom in the excited state: (উত্তেজিত অবস্থার নিম্নের কোনটি কার্বন পরমাণুর অরবিটাল ইলেকট্রনিক বিন্যাস?)

- (i) (ii)
- (iii) (iv) Ans. (iii)

(b) Which one of the following can not be detected by heating with an aqueous solution of Ninhydrin: (নিম্নের কোনটিকে সনাক্ত করা যায় না?)

- (i) Protein (ii) Nucleic acid
(iii) α -Amino acid (iv) Peptide Ans. (ii)

১৮। (a) Reaction of CH_3I with metallic sodium produces which one of the following: (CH_3I এর সাথে ধাতব সোডিয়ামের বিক্রিয়ার নিম্নের কোনটি উৎপন্ন হয়?)

- (i) C_3H_8 (ii) C_2H_6 Ans. (ii)
(iii) C_2H_4 (iv) C_3H_6

(b) Which one of the following does not react with alkaline potassium permanganate: (নিম্নের কোনটি ক্যালিক পটাঙ্গিয়াম পারম্যাঙ্গানেট এর সাথে বিক্রিয়া করে না?)

- (i) $\text{CH}_2 = \text{CH}_2$ (ii) $\text{CH} \equiv \text{CH}$
(iii) (iv) $\text{CH}_3 - \text{CH} = \text{CH}_2$ Ans. (iii)

(c) Write down the names and pentagonal cyclic structures of the sugars found in RNA and DNA. (RNA ও DNA হতে প্রাপ্ত চিনিমূলের নামসহ এদের পঞ্চভুজ আকারের চাক্তিক গাঠনিক সংকেত দিও।)

সমাধান : RNA— β -D-রাইবোজ

DNA— β -D-2 ডি-অক্সিরাইবোজ

